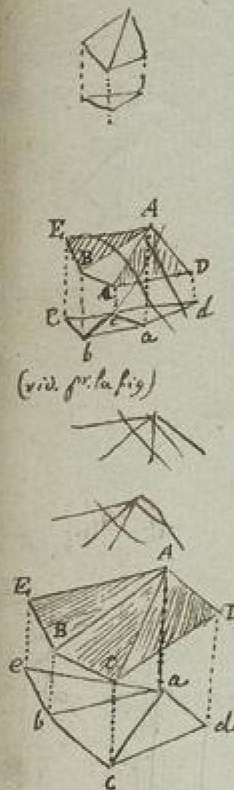
la Solution de ce problême general „ Connoissant trois de six parties „d'un triangle Spherique determiner les trois autres „ forme l'objet d'une partie de la Géometrie qu'on appelle Trigonometrie Spherique Science qui traite egalement des proprietés des triangles Spheriques — la trigonometrie plane ou rectiligne n'est à proprement qu'un corollaire de la premiere, aussi si nous n'avions pas crainte de compliquer trop notre objet, en voulant nous rendre plus court, nous eussions d'abord traité la Trigonometrie Spherique et nous en aurions deduit toutes les proprietés des triangles rectilignes. Nous parlerons dans la suite de la Trigonometrie Spherique lorsque l'ordre des matieres nous aura conduit a faire sentir au lecteur que cette connoissance est indispensable aux Navigateurs.



Par ces proportions on trouvera donc les angles BDC, FLC, (fig. K.) qui sont les mêmes que les angles bac, abc, d'où on conclura l'angle bca = l'angle Cc ou [illegible] Bc, Cc. ayant les trois angles du triangle abc, il [illegible] d'avoir un des côtés, ce qu'on determinera comme on l'a expliqué art.

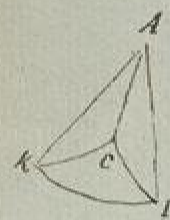
Ayant ainsi reduit tous les angles mesurés dans differens plans à un seul plan horisontal, et ayant reduit pour chaque un seul triangle un des côtés au même plan, on aura tout ce qui est necessaire pour tracer le plan de ces objets reduits au plan de l'horison — je dis qu'il suffira d'avoir la valeur d'un seul côté reduit au plan de l'horison, en effet, si on avoit les 5 objets A, E, B, C, D, ayant reduit tous les angles des triangles AEB, ABC, ACD au plan de l'horison, on aura tous les angles des triangles reduits aeb, abc, acd, ayant reduit la distance AC au plan de l'horison afin d'avoir ac, on pourra calculer les côtés bc, ab alors dans chacun des triangles abc, acd, on connoitra les angles et un côté on pourra par consequent en determiner toutes les parties & ainsi des autres s'il y avoit un plus grand nombre de triangles.

On voit donc que lorsque toutes les parties d'un plan sont reduites à un même plan horisontal, les distances des objets qui sont sur le plan ne sont plus les mêmes que celles qu'on leur trouveroit sur le terrain d'après une mesure immediate que les angles que forment les lignes qu'on imagine joindre les objets ne sont plus les mêmes sur le plan que sur la nature, parce que le plan n'est pas alors une figure semblable au terrain, mais comme le plus souvent les objets ne sont pas à des elevations bien considerables, il y aura toujours assez peu de difference lorsqu'on aura reglé l'echelle sur une distance d'une elevation moyenne, mais au reste quoique la figure du terrain tel qu'il paroit à l'oeil soit un peu changée, elle l'eut été bien d'avantage sans cette reduction, car quoiqu'on auroit alors une figure composée du même nombre de triangles semblables à ceux du terrain, et semblablement disposés,

en ce qu'ils se tiendroient par leurs côtés homologues, ils ne le seroient cependant pas comme sur le plan comme sur le terrein, puisque ceux ci sont situés dans des plans differens et differemt inclinés entr'eux, tandis que les autres seroient sur le même plan. il convient donc mieux pour l'uniformité de reduire d'avance les angles à ceux qu'on auroit observés si les objets eussent été situés dans un même plan horisontal et alors on doit regarder un plan „comme une figure „semblable a celle d'un terrein en supposant les differens „points de ce terrein dans un même plan horisontal„

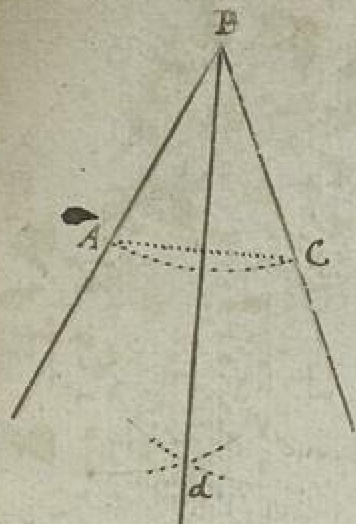
On voit d'après cela, que si l'on vouloit absolumt representer les objets dans leur situation naturelle, il faudroit le representer en relief, ou sur la base superieure d'un corps prismatique ( ), car autrement si on ne reduisoit pas les angles et les distances au plan de l'horison on n'auroit que sur le papier que le developpemt des differens plans qui composent la base superieure de ce corps. or cette derniere maniere de representer les objets seroit le plus souvent impossible.

il nous eut été egalement facile dans la theorie que nous avons exposée art. de calculer la valeur des angles des plans CB, CD, d'une autre maniere, par exemple au lieu de calculer le quarré du sinus de la moitié de cet angle, d'en calculer le quarré de la moitié du cosinus, de la cotangente, de la tangente, du sin verse &c. quoique ces recherches ne presentent aucune difficulté nous nous en abstiendrons dans ce moment, nous proposant d'y revenir ailleurs où il nous semble qu'elles seront mieux placées, et avant de terminer entierement cette doctrine nous allons encore faire remarquer au lecteur quelques proprietés très essentielles.



Si on concoit (fig) que tandis que le plan KAI reste fixe, le plan IAC' tourne autour de AI, et le plan KAC'' autour de AK jusqu'a ce que les rayons AC, AC' viennent se reunir en formant une seule ligne ou arête AC fig. on aura un triangle solide KAIC qui prend alors le nom de triangle spherique, parce si l'on concoit que A est le centre d'une sphere les arcs KC, KI, CI sont tracés sur la surface de la sphere et ont pour centre le centre même de la sphere. on peut donc dire „qu'un triangle spherique est une piramide „triangulaire KAIC, dont la base KCI est une portion „de la surface de la sphere, et dont les faces KAC, KAI „CAI sont trois secteurs de cercle qui ont leur „centre A au centre de la sphere — on voit que les arcs KC KI, CI sont les mesures des angles KAC, KAI, CAI qui forment l'angle solide A, l'angle CKI des deux arcs CK, KI est egal à l'angle AK des plans KAC, KAI ( ). de même l'angle KCI est le même que l'angle plan AC, et l'angle KIC est le même que l'angle plan AI. toutes les parties du triangle curviligne KCI sont donc les mêmes que celles du triangle solide KAIC. puisque ses côtés KC, CI, KI sont les mesures des angles KAC, CAI, KAI qui forment l'angle solide A, et que ses angles sont les mêmes que les angles des plans qui forment ce triangle, on peut donc considerer ce triangle KCI comme le triangle spherique et dire „qu'un triangle „spherique est un triangle formé sur la surface d'une „sphere par trois arcs de cercles qui ont leur „centre au centre de la sphere„.

Le probleme que nous avons resolu art. revient donc a celui ci „connoissant les trois ~~angles d'un~~ côtés „d'un triangle spherique trouver les angles. ~~et si on~~ ~~resonnant d'une maniere~~ plus gen. si on se propose la



Probleme.

Diviser un angle donné en deux parties egales.

Soit ABC l'angle donné (fig.). — Du sommet B, avec un rayon arbitraire decrivez l'arc AC entre les côtés de l'angle. — des centres A & C, avec un même rayon arbitraire, decrivez deux arcs se coupant en d, puis tirez Bd, elle coupera l'angle donné en deux parties egales. *

Demonstration.

* Si on mene la droite AC, on aura le triangle isoscele ABC, et alors il est visible que la demonstration suit de l'art.

Probleme I

Construire un triangle dont les côtés soient respectivement egaux à trois lignes données AB, BC, AC, pourvu que deux de ces lignes prises ensemble soient plus grandes que la troisième ( ) — fig. I

Tirez la ligne DE egale à AB. — du point D, avec le rayon BC, decrivez une circonference ou un arc comme on le voit dans la figure. — du point E avec le rayon AC decrivez une autre circonference, ou un arc, coupant le premier dans un point F. — Par F tirez aux points D et E, les lignes FD, FE, le triangle DEF sera le triangle demandé. *.

On s'y prend de la même maniere pour construire un triangle equilateral sur une ligne donnée AB. fig. 2. — Des points A et B comme centres avec le rayon AB on decrit des arcs qui se coupent en C; puis on tire CA & CB et l'operation est achevée.

N. B on procede de la même maniere pour construire un triangle isoscele sur une ligne, ou base donnée. on observe seulement de decrire les deux arcs d'un rayon egal a l'un des côtés egaux.

---

* Demonstration.

Cette construction est evidente; car les côtés DE, DF & EF, sont respectivement egaux aux lignes données AB, BC, AC.

On voit qu'avec les mêmes lignes on ne peut faire un triangle different du triangle DEF. — car quoique les circonferences decrites des points D & E se rencontrent de nouveau en f, il est facile de voir que le triangle DEf qu'on a alors, est absolument egal au premier DEF.

Corol. I. „ Les côtés d'un [illegible] triangle en determinent les angles.

II „ Deux triangles sont egaux en tout, lorsque les trois côtés de „ l'un sont egaux aux trois côtés de l'autre, chacun a chacun.

III „ La position de trois objets situés sur un même plan, est „ determinée par leurs distances respectives.

On a vu ( ), et il est d'ailleurs evident que la grandeur et la position de DF (fig.) a l'egard des côtés ED, EF est determinée par la grandeur des côtés ED, EF, et par leur inclinaison mutuelle, c'est a dire par l'angle DEF qu'ils comprennent. Donc.

IV „ un triangle rectiligne est entierement determiné par la „ connoissance de deux de ses côtés et de l'angle qu'ils comprennent.

V. „ Deux triangles rectilignes sont egaux, lorsqu'ils ont un „ angle egal compris entre deux côtés egaux, chacun à chacun.

Pareillement, la position du point F à l'egard de DE est determinée par la longueur de DE, et par l'ouverture des deux angles contigus ~~BA~~ EDF, DEF, qu'on nomme <u>angles adjacens</u> au côté DE. Ceci est une suite de l'art . Donc

VI. „ un triangle rectiligne est entierement determiné par „ la connoissance d'un de ses côtés et des deux angles adjacens „ à ce côté.

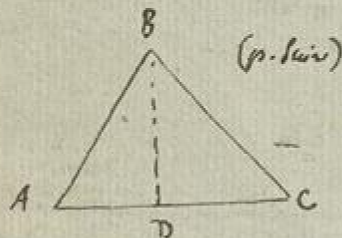
VII „ Deux triangles rectilignes sont egaux en tout, lorsqu'ils ont „ un côté egal, et les deux angles adjacens à ce côté egaux, chacun „ à chacun.

Puisque l'inclinaison des deux côtés DF, EF à l'egard du côté DE determine leur inclinaison mutuelle, il s'ensuit

VIII. que „ deux angles d'un triangle rectiligne determinent le „ troisieme."

IX. „ Quelconque ~~deux~~ triangle rectiligne est determiné par la connoissance „ d'un de ses côtés, d'un des angles adjacens & de l'angle opposé à ce „ côté.

X. „ Deux triangles rectilignes sont egaux en tout lorsqu'ils ont un „ côté egal, avec l'angle opposé, et un angle adjacent egaux, chacun „ à chacun." donc,

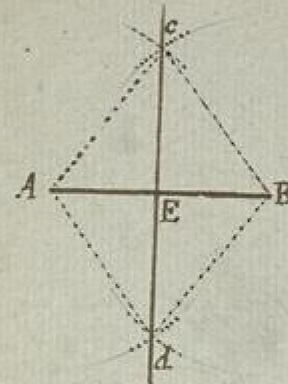


(p. suiv)

✻ XI „ un triangle qui a deux de ses angles egaux entr'eux, a aussi „ les côtés opposés à ces angles egaux entr'eux, et est par consequent „ isoscelle."

Car en abaissant du troisieme angle B la perpendiculaire BD sur le côté opposé AC. les deux triangles BDC, BDA auront le côté BD commun, l'angle adjacent BDC egal à l'angle adjacent BDA ( ), et l'angle opposé C egal à l'angle opposé A donc AB = BC. — donc

XII. „ un triangle qui a ses trois angles egaux, a aussi les „ trois côtés egaux; et est equilateral."



Probleme.

Diviser une ligne donnée en deux parties egales.

Soit AB la ligne donnée (fig.). — Des points A et B, comme centres, avec un rayon quelconque plus grand que la moitié de AB, decrivez des arcs se coupant mutuellement en c & d. — tirez la ligne cEd, elle coupera la ligne donnée en deux parties egales en E. ✻

Demonstration.

✻ menez les droites Ac, Ad; Bc, Bd, ~~puisque~~ elles seront egales (Constr.). — les triangles Acd, Bcd, ayant un côté commun cd, auront leurs trois côtés egaux chacun à chacun, et seront par consequent egaux ( ). concevant la figure pliée suivant cd, le point B tombera sur le point A, tandis que le point E n'aura pas changé de place, donc BE s'appliquera sur AE, et par consequent BE = AE.

Puisque BE = AE, les triangles BEc, AEc sont egaux. donc l'angle BEc est egal à l'angle AEc. ainsi la ligne cE forme de part et d'autre avec AB des angles egaux, elle est donc perpendiculaire sur ~~[illegible]~~ AB: et comme elle coupe AB en deux parties egales, il s'ensuit que le probleme actuel sert a elever une perpendiculaire sur le milieu d'une ligne donnée.

Le triangle ABc etant isoscelle, il s'ensuit que

I „ la ligne tirée du sommet d'un triangle isoscelle au milieu „ de sa base, est perpendiculaire sur cette base."

II „ La perpendiculaire abaissée du sommet d'un triangle „ isoscelle sur sa base, divise la base en deux parties egales, et „ divise aussi le triangle en deux triangles egaux."

III. „ La perpendiculaire elevée sur le milieu de la base „ d'un triangle isoscelle passe par le sommet du triangle."

Les deux triangles AEc, BEc etant egaux, il s'ensuit que les angles cAE, cBE sont egaux; ainsi que les angles AcE, BcE. donc

IV „ Les angles sur la base d'un triangle isoscelle sont „ egaux."

V „ l'angle du sommet d'un ~~triangle~~ triangle isoscelle est divisé „ en deux parties egales par la perpendiculaire abaissée de ce sommet sur „ la base; ou par la ligne menée du sommet au milieu de la base; „ ou par la perpendiculaire elevée sur le milieu de la base."

VI „ un triangle equilateral a tous ses angles egaux ( )"

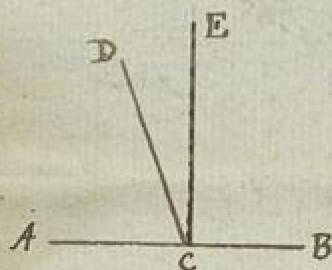
✻ (pag. preced)

a pour mesure mq qui est moindre que le quart du cercle ; et que l'angle obtus CBF a pour mesure ms qui excede le quart du cercle.

~~N.B. Dans l'ancienne division du cercle, la demi-circonference contient 180°. et le quart 90°. aussi dit on que l'angle droit est de 90°, l'angle aigu de moins de 90°. et l'angle obtus de plus de 90°. — mais dans la nouvelle division, la demi-circonference vaut 200° et le quart 100°. ; et l'on dit que l'angle droit vaut 100°. L'angle aigu moins de 100°. et l'angle obtus plus de 100°.~~

On appelle <u>complement</u> d'un angle ou d'un arc sa difference avec un angle droit, ou avec 90 (ou 100) degrés. — l'angle aigu CBE, a pour complement l'angle EBA, ou l'arc mq a pour complement l'arc qp. — L'angle obtus CBF a pour complement l'angle ABF, ou l'arc ms a pour complement l'arc ps.

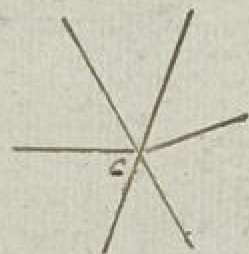
On prend aussi le mot complement dans un sens plus étendu, en disant que c'est la difference entre un angle ou un arc quelconque avec un nombre impair d'angles droits.



Avant de finir cet objet, qui quoique elementaire est tres importants, faisons encore observer,

XXII ~~ABF~~. „ que lorsqu'une ligne droite en rencontre une autre „ elle forme du même côté que celle ci deux angles qui pris ensemble „ valent autant que deux angles droits. (fig)

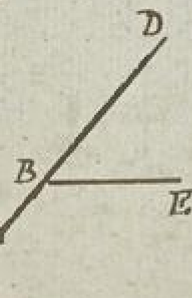
car si la ligne CE rencontre AB perpendiculairement, les deux angles ACE, ECB sont droits, et la proposition est evidente. mais si comme CD elle la rencontre obliquement, les angles ACB, DCB seront inegaux, leur somme sera toujours la même que celle de deux angles droits, car le 1r ACD est moindre que l'angle droit ACE de tout l'angle DCE ; et le 2e. DCB, excede l'angle droit ECB du même angle DCE.



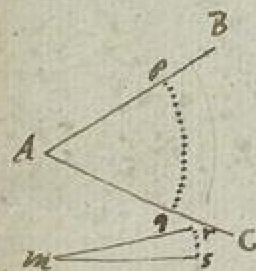
Cette demonstration fait voir que

XXIII „ la somme de tous les angles que peuvent former du même „ côté d'une ligne droite, plusieurs autres lignes qui la rencontrent „ dans le même point est toujours de deux angles droits. „

XXIV. „ La somme de tous les angles que peuvent former plusieurs „ lignes droites qui se rencontrent ou se croisent dans un même „ point est toujours de quatre angles droits. „ (fig)



On appelle <u>supplement</u> d'un angle ou d'un arc, ce qui lui manque pour valoir deux angles droits. L'angle EBD, a pour suplemt EBC, & reciproquement EBC a pour supplement EBD. ainsi pour avoir le supp. d'un angle, il faut en soustraire la valeur de 180° (ou de 200°)



Puisque l'arc AD = l'arc DB (fig.) ~~[illegible]~~
Et que l'angle ACD = l'angle DCB, il s'ensuit que,

XIV „ les angles egaux formés au centre ~~[illegible]~~ d'un „ même cercle, ou de cercles egaux, interceptent entre leurs côtés „ des arcs egaux. — Reciproquement, les angles au centre qui „ comprennent des arcs egaux entre leurs côtés, sont egaux. „

L'arc ADB étant double de l'arc AD, ~~comme l'on~~ et l'angle ACB étant en même tems double de l'angle ACD, il s'ensuit, qu'à un angle au centre double d'un autre intercepte entre ses côtés un arc double de celui qu'interceptent les deux côtés de l'autre. Si l'on porte l'arc DB, ou plutot la corde de B en G, et qu'on mène le rayon CG, on aura un angle ACG composé de trois angles ACD, DCB, BCG egaux entre eux, il sera donc triple de l'angle ACD : de même aussi l'arc ADBG compris entre les côtés de l'angle entre ses côtés est triple de l'arc AD compris entre les côtés de l'angle ACD. comme on peut continuer la même construction & le même raisonnement, il s'ensuit que,

XV „ ~~que~~ les angles rectilignes sont entre eux comme les arcs „ des cercles egaux compris entre leurs côtés, et decrits de leur sommet „ comme centre. „

On a déjà vu que ~~pour~~ mesurer un angle quelconque BAC, c'est chercher son rapport avec un autre angle m (fig) pris pour unité ; c'est à dire, chercher combien de fois l'angle BAC contient l'angle m, il s'ensuit qu'on peut trouver ce rapport, ou le nombre de fois, en decrivant dans l'angle BAC, ~~[illegible]~~ de son sommet comme centre, ~~l'angle m~~ avec un rayon arbitraire, un arc pq, et dans l'angle m, avec le même rayon, un arc rs, et autant de fois l'arc rs sera contenu dans l'arc pq, autant de fois l'angle m sera contenu dans l'angle BAC.

Comme l'angle m pris pour unité est arbitraire de sa nature, il s'ensuit que l'arc rs qui en depend, l'est aussi. c'est pourquoi il a été necessaire de lui fixer une grandeur qui puisse servir dans tous les cas, afin d'operer uniformement.

De tems immemorial on a divisé la circonference du cercle en 360 parties egales qu'on appelle degrés, et on a pris une de ces parties, ou un degré pour l'unité qui doit servir de mesure à tous les angles. cependant pour satisfaire à des convenances de commodité, on est convenu en dernier lieu de diviser le cercle en 400 degrés. — L'arc rs étant supposé de 1° l'angle m est dit d'1°. : et si rs est contenu dans pq 30, 40, 50, 60 &c fois, l'on dit que ~~l'angle BAC est~~

l'arc pq, ou que BAC est de 30, 40, 50, 60 & degrés.

comme l'arc d'1d. peut souvent n'être pas contenu un nombre de fois juste dans les arcs qu'on a besoin de mesurer. Suivant l'ancienne division du cercle, on étoit convenu de le diviser en 60 parties egales appellées minutes, et de subdiviser chaque minute en 60 parties egales appellées secondes. on porte rarement la subdivisions au de secondes, cependant dans certains cas on les subdivise en 60 parties appellées tierces, celles ci en 60 quartes & ainsi de suite. — dans le nouveau sisteme de division, chaque degré est divisé en parties decimales, c'est a dire d'abord en 10, puis en nouvelles parties en 10 & ainsi de suite. (   )

pour designer les degrés, ~~minutes secondes~~ on se sert de la lettre d, ou d'un petit zero qu'on ecrit à l'angle superieur du chiffre qui en marque les unités. pour les minutes on se sert d'un accent aigu, pour les secondes de deux accens & ainsi de suite. ainsi pour marquer 50 degrés 17 minutes, 22 secondes, 35 tierces on ecrit $50^d.\ 17'\ 22''\ 35'''$ ou $50^\circ 17'\ 22''\ 35'''$. — Suivant la nouvelle division on ecrit seulement la marque des degrés, et on ecrit de suite les parties de degrés, en les separant par une virgule comme on ecrit les decimales dans l'arithmetique.

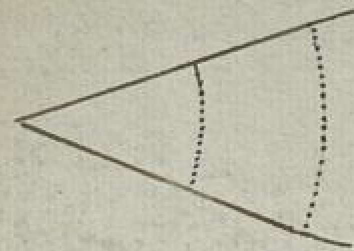
L'usage dans la marine est de diviser la circonference du cercle de la boussole en 32 parties egales, dont chacune contient par consequent 11° 15'. c'est ce qui constitue la rose des vents, on la voit representée dans la fig.   pl.   l'intervalle entre deux divisions consecutives s'appelle une aire, ou un rhumb de vent, ainsi chaque aire de vent vaut 11°. 15'. — Suivant la nouvelle division du cercle, il conviendroit de diviser la boussole en 40 parties de 10d. chacune. nous reviendrons ailleurs sur cet objet.

rose des vents

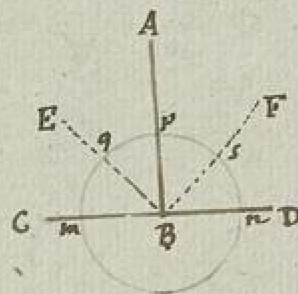
De ces principes il resulte

XVI. que „si l'on divise la circonference d'un cercle en un „certain nombre de parties egales, par ex. en degrés, et qu'on „mene du centre a tous les points de division des lignes indefinies, „ces lignes diviseront dans le même nombre de parties egales toutes „les circonferences decrites du même centre que la premiere; c'est „a dire qu'elles seront divisées en degrés si celle ci etoit divisée en „degrés."

cela est evident, car ces lignes comprenant entr'elles des arcs egaux de la premiere circonference, elles forment des angles egaux (   ): or des angles egaux comprennent toujours entr'eux des arcs egaux d'une même circonference decrite de leur sommet commun. (   ). — Donc



rapporteur.



XVII „Si du sommet d'un angle on decrit entre ses côtés „deux arcs d'un rayon different et d'une longueur arbitraire, „ces arcs contiendront chacun le meme nombre de degrés „de leur circonference (fig.   ).

XVIII „La mesure d'un angle est le nombre de degrés et „parties de degré de l'arc compris entre ses cotés & decrit de „son sommet comme centre."

XIX „La grandeur d'un angle ne depend nullement „de celle de ses cotés."

XX ~~XXX~~. „Si on pose le centre d'un cercle bien divisé „en degrés sur le sommet d'un angle, ses côtés, prolongés „s'il est necessaire, marqueront sur la circonference „du cercle sa valeur en degrés.

ceci est le fondement de tous les procedés pratiques pour mesurer les angles soit sur le papier, soit sur le terrain, nous les ferons connoitre les principaux. en attendant observons qu'un demi-cercle bien divisé suffit pour la mesure des angles, ou pour en faire des angles d'une grandeur determinée. pour operer sur le papier, on en construit sur du cuivre ou de ~~carton~~ la corne; on les appelle des rapporteurs, on en voit une fig.   pl.   il y en a ordinairement dans tous les etuis de mathematiques.

on a dit que la perpendiculaire est celle qui en rencontre une autre ~~des angles egaux~~ formant avec elle des angles egaux de part et d'autre, ces angles ainsi formés par des lignes perpendiculaires s'appellent des angles droits. et on appelle angles aigus ceux qui sont moins ouverts que l'angle droit, et angles obtus, ceux qui sont plus ouverts que l'angle droit. donc

XXI. ~~XXXIII~~ „un angle droit a pour mesure le quart de la circonf.ce du cercle; „un angle aigu moins que le quart du cercle, et un angle „obtus plus que le quart du cercle." (fig   ).

car soit AB perpendiculaire sur CD, afin d'avoir les angles droits ABC, ABD. — si du point B comme centre on decrit une circonference dont mn sera le diametre, par consequent mpn sera une demi-circonference. — mais les angles egaux ABC, ABD doivent intercepter des arcs egaux mp, pn, donc chacun de ces arcs ~~est~~ le quart de la circonference. donc les angles droits ABC, ABD qui ont pour mesure ces arcs ont pour mesure le quart de la circonference du cercle. —— on voit d'après cela que l'angle aigu CBE

2. 5. 9. 14. 20. 27 ..

2 5 9 14 20

7 7 14 23 34 47

$n.\frac{n-3}{2}$

$n-1.\frac{n-4}{2}$

$\frac{n^2-3n+n^2-5n+4}{2}$

$3n^2-8n+4$

n^2-4n+2

51
28
23

$n-4$
$n-1$
n^2-4n
$-n+4$

$n^2-6n=-2$
$n^2-6n+4=2$
$n-2=\sqrt{2}-4$
$n=2\pm\sqrt{2}-4=-2\pm\sqrt{2}$

2. 7. 14 23. 34. 47.

2 5 9. 14

16 28. 43. 61

n^2-4n+2

$n-2.\frac{n-5}{2}=\frac{1}{2}n^2-\frac{7}{2}n+10$

$\frac{3}{2}n^2-\frac{15}{2}n+12$

$\frac{1}{2}n^2$

2. 3. 4. 5 6 ... n ... $S=\frac{n.n-3}{2}$

2 3 4 5

2. 3 4
4 9 16 = 29

$\frac{128+48+3-5}{6}=$

128
48
3
179
174
54

175
55
7

6/28

6/29

3^{2n}

$3^n\times3^n$

a^{2n}

$(2a)^n$

$2^n\ 3^n\times2^n$

f = 2
d = 1
p = n+1

$S'=\frac{2(n+1)^3-16+3(n+1)^2+12+n-1}{6}=\frac{2.(n+1)^3+3(n+1)^2+n-5}{6.}$

$2n^3+6n^2+6n+2$
$+3n^2+6n+3$
$+n$

$2n^3+9n^2+13n.$

$(2n^2+9n+13)n$

$2n^2+9n=-13$

$n^2+\frac{9}{2}n=-\frac{13}{2}$

$n^2+\frac{9}{2}n+\frac{81}{4}=\frac{81}{4}-\frac{26}{4}=\frac{55}{4}$

18
27
13
58
29

La Som. des quar. de la Suite nat. com.^e par 2 $=\frac{(2n^2+9n+13)n}{6.}=\frac{2(n+1)^3+3(n+1)^2+n-5}{2.3.}$

$40p^2+4p\,|\,\frac{p^2+p}{40}$

$p=n+3$

$p+3=n$

$\frac{(2n^2+9n+13)n}{12}+\frac{3}{2}n$

$\frac{n.n+3}{2}$ $\frac{1}{2}n^2+\frac{3}{2}n$

$2+\frac{3}{2}$

$2+3$

8
14
13
39
78
13

Si n = 1 $+\frac{3}{2}\ n+1.\frac{n}{2}$ $p.p+1.2p+1$

2+9+13

2 + 5 0

$\frac{(2n^2+3n+1}{12}+\frac{3}{4}.n\times n+1$

$\frac{2n^3+3n^2+n}{12}$

$\frac{3n^2+3n}{4}$

$\frac{9n^2+9n}{12}$

$2+n+10$

$\frac{p}{2}\times p+1+2$

$\frac{p}{2}\times\frac{p}{2}\times p+3$

$48p^2+24p\,|\,\frac{p^2+p}{48p}$

$n.\ n+1.\ 2n+1$

Si n = 1

$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\times1\times2$

$\frac{1}{2}+\frac{6}{4}=2$

$\frac{2n^3+12n^2+10n}{12}$

$\frac{10.6.3\ 2.1}{1.2.3.4.5}(2n^2+12n+10)n$
$n.6.$

$2n^2+12n=-10$

$n^2+6n=-5$

$n^2+6n+9=-5+9=4$

$n+3=\pm2$

$n+3-2$ $n+1$

$n+3+2$ $n+5$

$\frac{n+2.\ n-1}{2}$

$p+2.\frac{p^2}{2}$

$\frac{n}{2}\times n+1$

10.6.
n-9
3+0

$\frac{11.5.4.3.2}{1.2.}\ \frac{n.\ n+1.\ n+5}{6}$

132/2 6

$\frac{24}{2}=$

2. 3. 7 = 7
3. 4. 8 = 16
4. 5. 9 = 30
2 3. 7.

$\frac{1\times2\times6}{12}$ p=

8. 4. 3. 2

4. 5. 9

$\frac{3n.\ n+1}{12}=\frac{10n.n+1}{4.6}$

180
30
$2n^2+3n+1$

p = 6 p = 9
n = 1 n = 1
n = p-5 n = p-7

$\frac{n.\ n-6.\ n-7.\ n-8.\ n-9}{120}$

$\frac{n}{1}.\ \frac{n.n-3}{1.2}.\ \frac{n.n-4.\ n-5}{1.2.3}$

11.6.5.4

$\frac{n-5.\ n-4.\ n}{6}$

n = 1 9. 4. 3. 2
10. 5. 4 3
p = n-7. n-6. n-5. n

$\frac{n.\ n-5.\ n-6.\ n-7}{1.2.3.6}$

$\frac{n.\ n-4.\ n-5.\ n-6}{1.2.3.4}$

$\frac{1}{6}n^3+n^2+\frac{5}{6}n$

$\frac{n^4+2n^3+n^2}{4.6}+\frac{8n^3+12.n^2+4n}{4.6.}+\frac{10n^2+10n}{4.6}$

$\frac{n.n.\ n+1.\ n+1\ +4n\times n+1.\ 2n+1\ +10n.\ n+1}{24}$

n^2+n
$n+1.n$

$\frac{n^4+10n^3+23n^2+14n}{24}$

$n.\ n+1.(n^2+n)+(n^2+n)\times8n+4+(n^2+n)\,10$

2. 3 4 $n^2+n(n^2+n+8n+4+10)$

$\frac{n.\ n+1.\ n+2.\ n+7}{1.2.3.4}(n^2+9n+14)$

2(1+9+16) = 2

$n^2+9n=-14$

$n^2+9n+\frac{81}{4}=\frac{81}{4}-\frac{56}{4}$

$n+\frac{9}{2}=\pm\frac{5}{2}$

$\frac{25}{4}.\ n+\frac{9}{2}\pm\frac{5}{2}$

1
10
25
24

16
40
92
28
216

24/9

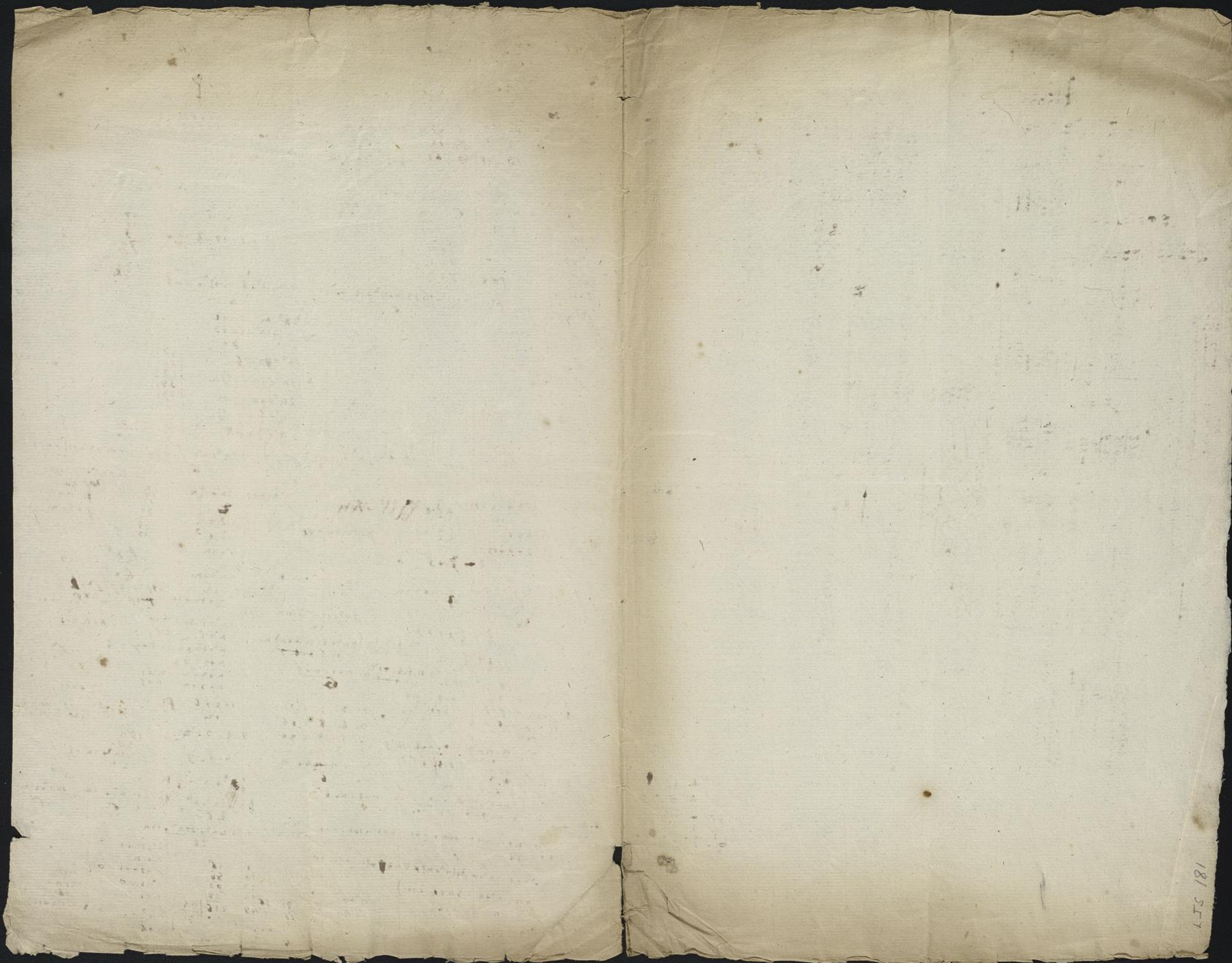
n+7
n+2

n^2+2n+1
$n^2+2n=-1$
$n^2+2n+1=0$
$n^2+1=0$
$n+1$

$n+\frac{3}{2}-\frac{5}{2}=n-1$

$n+4$

n-1
n+4
n^2+n+4
$+4n$
n^2+5n+4



$\frac{a}{k(p+qz)} + \frac{b}{k(r-sz)}$

$\frac{ka(r-sz)+kb(p+qz)}{kk(p+qz)(r-sz)}$

$kO =$

$O = a(r-sz)+b(p+qz)$

$ar - asz + bp + bqz$

$-as+bq = m$

$ar+bp = n$

$\frac{6x}{2x^2-4x}$

$x . x-2$

$2x(2x-4)$

$\frac{a}{2x} + \frac{b}{2x-4}$

$2ax - 4a + 2bx = 6 + 0x$

$2a+2b=0$

$-4a=6$

$a=-6$

$a=-\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

$b=+\frac{3}{2}$

$ax-2a+bx=3$

$a+b=0$

$-2a=3$

$a=-\frac{3}{2}$

$b=\frac{3}{2}$

$-\frac{\frac{3}{2}}{2x} + \frac{\frac{3}{2}}{2x-4}$

$-3x+6+3x$

$\frac{-3}{4x} + \frac{3}{4x-8} \quad \frac{6}{2x(2x-4)}$

$+26-12x+12x$

$2-3+3$

$\frac{3.x-2}{3(x-2).2x}$

$\frac{3.}{2.2x}$

$3.x-2 = 3x-6$

$\frac{3x-6}{4x^2-8x}$

$\frac{a+cx}{2x} + \frac{b}{2x-4}$

$2ax+2cx^2-4a-4cx+2bx = 3x-6$

$2c=0, \quad c=0$

$2a+2b=3$

$-4a=6$

$a=-\frac{3}{2}$

$2a=-2b$

$a=-b=$

$b=-a=\frac{3}{2}$

$-4a=-6$

$a=\frac{3}{2}$

$-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}$

$\frac{3x-6}{2a+2cx}$

$2a+2b=3 \qquad a+b=\frac{3}{2}$

$\frac{4}{3}+2b=3 \qquad b=0$

$2b=3-\frac{4}{3}=\frac{5}{3}$

$b=\frac{5}{6}$

$a+b=\frac{3}{2}$

$b=\frac{3}{2}-a$

$\frac{3}{2}-\frac{2}{3} \quad \frac{9-4}{6} \quad \frac{\frac{2}{3}}{2x} + \frac{\frac{5}{6}}{2x-4}$

$b=\frac{5}{6}$

$\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}+\frac{10}{6}x$

$3x-\frac{8}{3}$

$\frac{(x-2)(3x+1)}{x(2x-4)(x-2)} \qquad 3x^2-6x-2$

$\frac{a+cx}{2x^2-4x} + \frac{b}{(x-2)}$

$ax+cx^2-2a-2cx+2bx^2-4bx$

$a+cx(x-2)+b.2x(x-2)$

$a+cx+2bx \quad (x-2)3x+1$

$a+cx$

$a-2c-4b=5$

$c+2b=3$

$-a=-1$

$c+b=3$

$a=1$

$-2c-4b=-6$

$c=3-2b$

$-2c-4b=-6$

$c+2b=3$

$c=3-2b$

$a=1$

$ax-2a+2x^2b-4bx \quad a+2bx=3x+1$

$a=1. \ 2b=3$

$a-4b=-5$

$2b=3$

$a=1$

$2b=3$

$b=\frac{3}{2}$

$\frac{1}{2x^2-4x} + \frac{\frac{3}{2}}{x-2}$

$x-2+3x^2-6x$

$3x^2-5x-2$

$\frac{nk}{Ak+Bk}$

$\frac{3x}{x^2-x} = \frac{3x}{x-1.x}$

$\frac{3}{2x} + \frac{0}{2x-4}$

$\frac{\frac{3}{x}}{2x} + \frac{0}{2x-4}$

$\frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$

$Ax-A+Bx=3x$

$A+B=3$

$-A=0$

$B=3$

$\frac{0}{x} + \frac{3}{x-1}$

$\frac{3x}{x^2-1}$

$\frac{3x-6}{}$

$\frac{x-2}{x.x-2.x-2}$

$\frac{x-2}{2x-4.x-2}$

$\frac{A}{2x-4} + \frac{b}{x-2}$

$Ax-2a+2bx-4b = x-2$

$a+2b=1 \qquad b=\frac{1}{2}$

$-2a-4b=-2$

$a=1-2b$

$-2a=4b-2$

$\frac{\frac{1}{2}}{x-2} + \frac{0}{2x-4}$

$\frac{x-2}{x-1.x-2}$

$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$

$ax-2a+bx-b$

$a+b=1$

$-2a-b=2$

$2a+b=2$

$2-2b+b=2$

$2-b=2$

$b=0$

$a=1-b$

$a+2b=1 \quad \frac{1}{2x-4}$

$2=1-2b$

$1-2$

$2b=-1$

$b=-\frac{1}{2}$

$\frac{2}{2x-4} - \frac{\frac{1}{2}}{x-2}$

$\frac{2x-4-x+2}{x-2}$

$\frac{M}{N} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$

$\frac{AD+BC}{BD} = \frac{M}{N}$

$B=mE$

$D=mF$

$\frac{mAF+mEC}{m^2EF} = \frac{AF+EC}{mEF}$

$\frac{A}{B} + \frac{C}{B}$

$\frac{AB+BC}{BB} = \frac{A+C}{B}$

$\frac{5}{12} = \frac{A}{2} + \frac{B}{6}$

$\frac{6A+2B}{12} =$

M Baumarre.

$\frac{x-2}{m^2a^2-m^2x^2}$

$m^2-m^2x^2$

$(a+x)(a-x)$

$m(a+x)(m(a-x))$

$6a+2b=5$

$a=1$

$6-5=-2b$

$-2b=1$

$b=-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{6}$

$\frac{6-1}{12}$

$\frac{a}{3} + \frac{b}{4}$

$4a+3b=5$

$4-5=-3b$

$-1=-3b$

$b=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}+\frac{\frac{1}{3}}{4}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$

Berthomme
Chevent
Berned
Gaugi.

$\frac{mM}{mN}$

$mn=ab$

$n=\frac{ab}{m}=$

$\frac{5}{9} \quad \frac{a}{3} + \frac{b}{3}$

$\frac{3a+3b}{9}$

$3a+3b=5$

$3b=5-3=2$

$b=\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{3}$

$\frac{1}{3} + \frac{2}{9}$

$\frac{3}{x(x-2)(x-2)}$

$\frac{x-2}{9-9x^2}$

$9(1-x^2) = \frac{x-2}{3+3x(3-3x)}$

$\frac{A}{3+3x} + \frac{B}{3-3x}$

$3a-3Ax+3b+3Bx$

$3a+3b=-2$

$3bx-3ax=x$

$kO = kDE + kCF$

$3b-3a=1$

$b-a=\frac{1}{3}$

$b+a=-\frac{2}{3}$

$b=\frac{1}{3}+a$

$b=-\frac{2}{3}-a$

$\frac{1}{3}+a=-\frac{2}{3}-a$

$2a=-1$

$a=-\frac{1}{2}$

$b=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$

$\frac{-\frac{1}{2}}{3+3x} - \frac{\frac{1}{6}}{3-3x}$

$-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x$

$-2+x$

$\frac{x-2}{(x-2)(x+1)^2+(x-2)x}$

$x^2-x-2+x^2-2x$

$2x^2-3x-2$

$\frac{3x+1}{(x^2-2x)(x-2)}$

$x-2$

$\frac{x-2}{x^2-4x+4}$

x^3-4x^2+4x

$(x^2-2x)x-2$

$\frac{3x-6}{x^2-2x}$

$3.(x-1)$

$3(x-2)$

$3x^2-5x-2$

$\frac{x-2}{(x^2-2x)(x-2)}$

$\frac{1}{x^2-2x}$

$a-2c-2b=0$

$c+b=0$

$-2a=3$

$\frac{A}{x^2-2x} + \frac{B}{x-2}$

$ax-2a+bx^2-2bx$

$(a-2b)x$

$a+2b=1$

$-2a=-2$

$b=0$

$a=1$

$\frac{1}{x^2-2x} + \frac{0}{x-2}$

$a-2c-2b=3$

$c+b=0$

$-2a=1$

$a=-\frac{1}{2}$

$c=3$

$b=0$

$a=1$

$\frac{3x^2-5x-2}{x^3-4x^2+4x}$

$a-2b=1$

$b=3$

$a=1$

$\frac{1}{x^2-2x} + \frac{3}{x-2}$

$x-2+3x^2-6x$

$3x^2-5x-2$

$\frac{1+x}{2(x-2)} + \frac{2}{x-2}$

$\frac{(x-2)(x+1)+2x(x-2)^2}{x(x-2)^2}$

$\frac{x+1+3x}{x(x-2)}$

$\frac{1}{x^2-2x} + \frac{3}{x-2}$

$x-2+3x^2-6x$

$3x^2-5x-2$

$4x+1$

$\frac{x-2}{ax+cx+bx}$

$9x-2$

$c=0$

$b=3$

$a=1$

$c=1$

$b=2$

$a=1$

$\frac{1+x}{x^2-2x} + \frac{2}{x-2}$

$x+x^2-2-2x$

x^2-x-2

$3x^2-4x$

$3x^2-5x-2$

$\frac{x-2}{3x+1}$

$0+6x$

$\frac{1+3x^2}{x^2-2x} + \frac{0}{x-2}$

$x+3x^2-2-6x$

$\frac{a+cx}{x^2-2x} + \frac{b}{x-2}$

$ax+cx^2-2a-2cx+bx^2-2bx$

$a-2c-2b=-5$

$c+b=3$

$-2c-2b=-6$

$a=1$

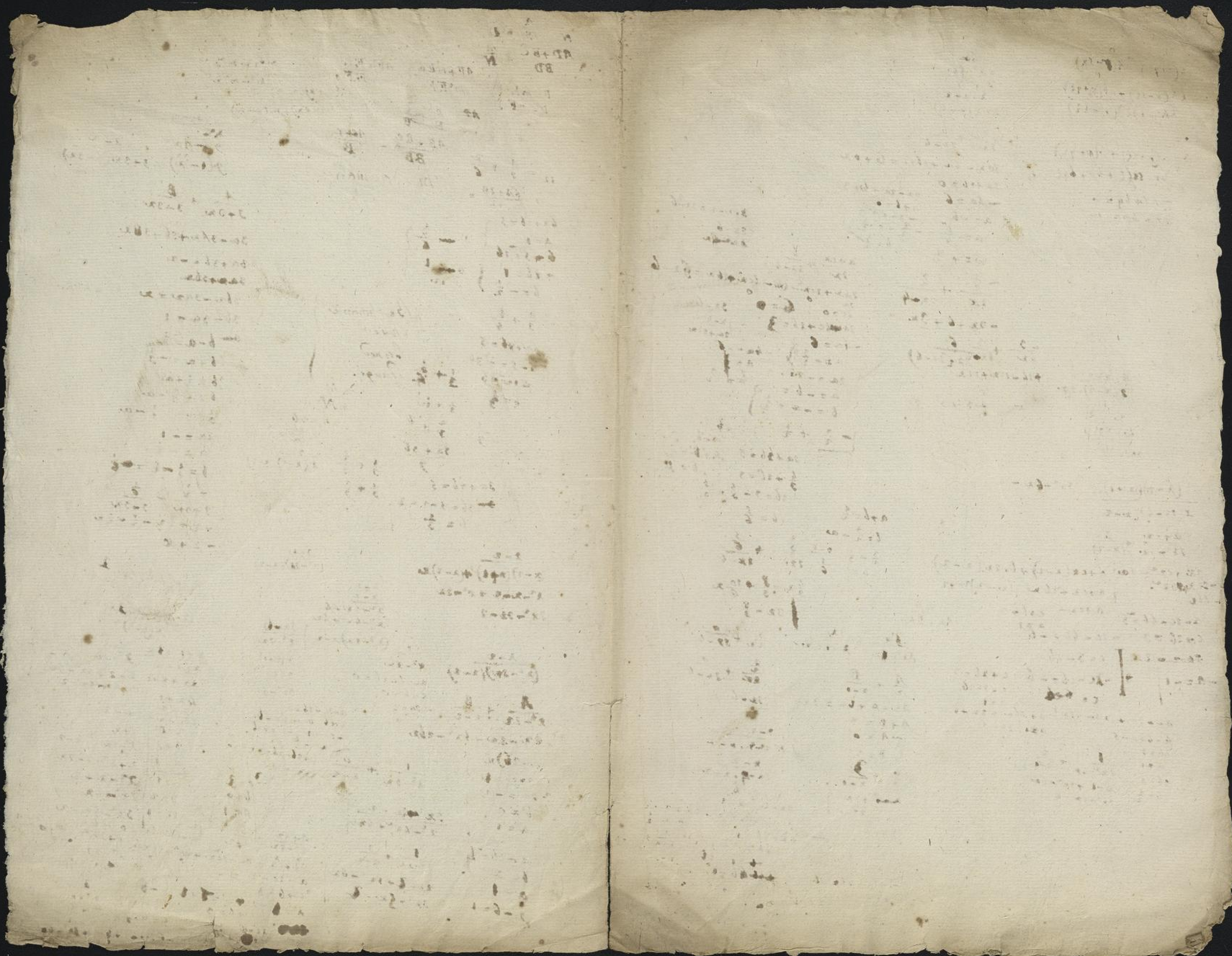
$2c+2b=7$

$c+b=\frac{7}{2}$

$\frac{1}{x^2-2x} - \frac{0}{x-2}$

$\frac{3+x}{x^2-2x} - \frac{1}{x-2}$

$3x+x^2-6-x+x^2+3x$



~~un fra~~

on peut egalem^t. trouver le log des nombres entiers accompagnés de fractions ordinaires, car outre qu'on peut reduire la fraction en decimale & operer comme on vient de le dire on peut reduire l'entier en fr. de même dénom. que celle qui l'acc. et le joindre a cette fraction, ce qui indiquera alors une vraie division du num. par le den. [illegible] ainsi on retr. le log du den. de celui du ~~num~~. le reste sera log. du quotient, c'est a dire du nombre fr. proposé. ainsi $6\frac{3}{4}$ par ex. étant egal a $\frac{27}{4}$ c'est a dire étant le quot. de 27 div. par le [illegible] log de 4 de [illegible] log de 27, le reste [illegible] est le log de $\frac{27}{4}$ ou $6\frac{3}{4}$ et ainsi des autres.

Il semble d'abord que la table dont nous venons de parler ne contiend. ~~que~~ ne pourroit donner que les log des N. Ent. ~~et~~ des n. entiers joints a des fractions, mais non ~~que~~ les log des fractions, ~~seules ne pas de log. mais on verra que~~. mais si l'on fait attention que ~~2.1::1.~~ la fr. $\frac{1}{2}$ étant le quotient de 1 div. par 2 on aura ( ) ~~[illegible]~~ 2.1::1.$\frac{1}{2}$, ~~le log de 1 est egal au double du log de l'unité moins le log de~~ 2 ( ) mais le log ~~de l'unité est zero ainsi~~ les log de ces 4 quantités doivent former une prop. ar. continue donc log 2 : log 1 : log 1 : log $\frac{1}{2}$. donc log 2 + log $\frac{1}{2}$ = log 1 + log 1 = 0. donc log $\frac{1}{2}$ doit detruire le log de 2, donc il doit lui être egal mais d'un signe contraire.. pareillem^t le log de $\frac{1}{3}$ est egal au log de 3 mais est d'un sig. contraire. ainsi les log des tables sont ceux de nep. que ~~les~~ log. ord. appartiennent aussi bien aux ~~entiers~~ nombres entiers qui compl^t ent. qu'à des fractions qui auroient l'unité pour numerateur, et dont [illegible] seroient les ~~denom.~~ [illegible] toute la diff c'est qu'ils sont ~~[illegible]~~ de signe contraire. si les log des entiers sont regardés comme des nombres positifs ceux des frac. seront neg. & vice versa. ~~ainsi~~ de même 4 : 3 : 1 : $\frac{3}{4}$ ainsi ~~donc~~ le log $\frac{3}{4}$ joint au log de 4 doit donner le log de 3 donc le log $\frac{3}{4}$ doit diminuer le log de 4 de tout l'excès de celui ci sur celui de 3, il est donc l'excès de celui du ~~[illegible]~~ Denom. 4 sur celui du num. 3 pris avec un sig. contraire. donc en general le log. d'une frac. est l'excès du log du ~~[illegible]~~ den. sur celui du num, mais pris avec un sig. contraire.

Au surplus cette distinction des log. positifs & negatifs est abs. depend. de la forme des tables, car si au lieu de faire le log de l'unité egal a zero, on le faisoit egal a tout autre nombre tel que 10 par ex. ce seroit le log de la fraction 0.0000000001 qui seroit zero. [ainsi les log ne [illegible] plus [illegible] des unités mais de la fract. 0,0000000001;] et il n'y auroit de negatifs que les log des fr. moindres que cette ~~loi~~ tous les log des autres seroient positifs. ainsi dans cette sup. pour avoir le log $\frac{3}{4}$ il faud. ajouter 10. a la car. du log du num. 3, et de la somme retr. le log du den. il ne seroit pas meme necessaire d'aug. dans ce cas les car. des log du num. et du denom. ~~[illegible]~~ ( ). mais on peut encore rem. qu'ajoutes 10 unités a la car. du log du num. pour retr. ensuite le log du num. cela revient à retr. le log du ~~[illegible]~~ de 10 unités et à ajouter le reste au log du numerateur. c'est le parti qu'on prend dans la pratique pour retrancher ~~[illegible]~~ un nombre [illegible] de 10. il suffit de retrancher le 1r chiffre decimal de la ~~[illegible]~~ de 10, et tous les autres de 9. c'est ce reste qu'on appelle vulg^t. comp. arith. d'un log. ainsi pour avoir le log d'une fr. il faut ajouter le ~~log~~ du num. au comp ar. du log du den. encore toute fraction rendre une div dont le num. est div. & le den. div^r pr faire la division par log il faut ajouter le log du div^e au comp. ar. du log du diviseur. et en consequence pr faire la regle de trois il faut ajouter les log du 2e et du 3e terme et du comp arith du log du 1r. et sont ces reg que nous emp. dans la [illegible]. mais il ne faut pas perdre de vue que dans [illegible] le log de l'unité est = 10. qu'ainsi [illegible]

on voit d'ailleurs qu'on peut toujours supp. les car. ( ) il est inutile de les mettre dans les tab. aussi les tables ne les ont elles point

aux Log tels qu'ils sont dans les tables, il faut retrancher
10 unités de la car. du log du resultat lorsque cette
soustr. sera possible, ou de rap. que la car. est trop forte
de 10 unités lorsque la soustr. ne sera pas possible comme dans
les Log des fractions prop. dits.

Comme on ne peut pas compter la soustr. qu'on fait pour obtenir
le comp. arith. d'un nom. comme une operation, il s'ensuit qu'en
employant les comp. ar. des Log de nombres diviseurs au lieu des ~~nombres~~
Log. même toutes les op. se red. a de simp. ad. ce qui les
simplifie autant qu'il etoit possible de le desirer.

Il est encore tres aisé d'avoir les log des ~~Lorsqu'on prop come le log d'un~~ nombre qui excedent les
limites des tables. car si on remarque que de 1 a 10 les Log croissent
d'une unité, qu'ils croiss. egalem. d'une unité de 10 a 100, de
100 à 1000, de 1000 à 10000 &c. on voit que plus les nombres
sont grands plus les Log croissent lentem. puisq. de 10000 à 100000
ils n'aug. que d'une unité come de 1 à 10. aussi les differences
entre plusieurs log. consecutifs sont elles sensiblem. constantes, d'où l'on
peut induire que pour les nomb. au dessus de 2000, même de 1500
les diff. des Log sont sensiblem. prop. aux diff. des nombres. c'est
a dire que les accroissemens des Log sont prop aux acc. des nombres
ainsi voulant avoir le Log de 17567.89 qui excede les
limites des tab. les plus etendues, on retr. de la droite de ce
autant de fig. qu'il est necess. pour trouver le rest. dans les tables
par Ex. on en retr. deux, ce qui fait que le nomb 17567,89
a le même log. que 1756789 ~~[illegible]~~ mais avec une car.
moindre de 2 unités ( ) ainsi il ne s'agit que d'avoir le
Log de 17567,89 et ~~[illegible]~~ d'aj.r 2 unités a sa car.
c'est a dire autant qu'on a retranché de fig. mais pour
avoir le Log. de 17567,89 on prendra celui de 17567, avec
sa diff. au Log de 17568 qui le suit immed. mais qui est
~~moindre d'une~~ plus grand d'une unité, ensuite on dira 1:0,89 ou
100:89:: ; qui sera la diff entre le Log 17567 et celui
de 17567.89 ainsi aj. cette diff. au log. du 1er nomb. on aura
celui du 2e.

Si les chiff. ret. pouvoient dans la tab. etoient des 0. il n'y auroit
aucune prop. a faire, il suff. d'aj a la car. autant d'unités
qu'on auroit retranché de 0.

On peut egalem. trouver le nomb. auq. ap. un log. prop.
il suffit de chercher ce nomb. parmi les Log de la tab. si on
le trouve en entier on aura vis avis le nom. cor. si on n'en
trouve que les 1rs chiff. on aj. a sa car. autant d'unités qu'on
le pour. sans sortir des limites des tables. et on trouvera ce Log
avec plus d'exact. et on ret. de la dte. du n. nat cor. autant de
fig. qu'on auroit ajouté d'unités a la car. ce qui donnera le
nomb. ch. a un 10e. d'1. 100e, d'1000e ~~[illegible]~~ d'unité près selon
qu'on aura aj. 1. 2, ou 3 unit. à la caract.

Si l'on ne trouvoit pas meme dans les tables les 1rs ch. du Log. & si ce deg. d'ap. n'etait pas suff. on prendroit la diff entre le Log
prop. avec une car. ~~[illegible]~~ ainsi aug et celui de la table qui est
im. moindre, et l'on verroit dans la tab. la diff ~~entre~~ des 2 log
de la tab. entre lesquels il repond, et l'on diroit la diff. des 2 Log de
la tab. est a la diff entre le ~~prop~~ et celui qui le preced im. comme
1 unité est a la fraction qu'il ~~doit a~~ faut joind. au ~~le~~ nombre ~~determiné~~ X
~~prop~~ cor. au log de la tab qui est immed. moindre que le proposé.
cette fr. ~~étant~~ reduite en decim. on en rep. la virg sur la gauche,
d'autant de places qu'on avoit ajouté d'unités a la car. du log proposé,
Si on ne s'est pas ajouté à la car. du log prop sans sortir des

limites des tables, alors il ne faudroit pas deplacer la virgule. au surplus come on doit toujours s'attendre
une inexactitude d'à peu près d'une demi unité de 7e ordre dans chaq. Log. on doit sentir que les
plus souv. les diff. Log.tes seront ~~affectées~~ souvent aff de cette erreur ~~[illegible]~~ defaut, et que ainsi
la dernier approximation est limitée. si l'on en excepte quelques cas tres rares on peut aller
avec confiance jusqu'a 3 decim. dans les ~~prop~~ ops ou l'on met les diff des nombres en prop
avec celles des Log.

⊕ dans l'ex. des rac. cub. des fractions